حل نموذج بجروت

(803)-382

موعد شتاء 2019

www.IQsmart.co.il

معهد IQ

حل نموذج 382-(803)
موعد شتاء 2019

حل سؤال 1

نعبر عن معطيات السؤال بواسطة جدول
نفرض ان التاجر اشترى x قمصان
ودفع مقابل كل واحد من القمصان y شيكل:

	عدد القمصان	سعر القميص	المبلغ الكلي
عملية شراء القمصان	x	y	$x \cdot y = 2040$ ← بحسب معطيات السؤال التاجر دفع 2040 شيكل
عملية بيع القمصان	5 تلفت	$90\% \cdot y = 0.9y$	$0.9y \cdot 5 = 4.5y$ ← 5 قمصان تلفت بيعت بخسارة 10%
	$x-5$ التي بقيت	$120\% \cdot y = 1.2y$	$1.2y(x-5)$ ← القمصان التي بقيت عددها $x-5$ وبيعت بربح 20% اي بـ 120% من سعر الشراء

المعادلة الاولى $x \cdot y = 2040$ (عملية الشراء)

www.IQsmart.co.il

المعادلة الثانية: التاجر باع القمصان بحسب ما شرحنا بالجدول بمبلغ 2412 وهذا يشمل القمصان التي تلفت والتي لم تتلف اي يتحقق:

$$4.5y + 1.2y(x-5) = 2412 \Rightarrow 4.5y + 1.2xy - 6y = 2412$$

$$\boxed{-1.5y + 1.2xy = 2412}$$

اذا، وصلنا على معادلتين

$$x \cdot y = 2040 \quad \xrightarrow{\text{نعوض } xy \text{ بدلها } 2040} \quad -1.5y + 1.2(2040) = 2412$$

$$-1.5y + 2448 = 2412$$

$$\hookrightarrow -1.5y = 2412 - 2448 \Rightarrow -1.5y = -36 \Rightarrow y = \frac{-36}{-1.5} \Rightarrow \boxed{y = 24}$$

①

إذا السعر الذي اشترى به التاجر القميص الواحد هو 24 شيكل

نجد عدد القمصان التي اشتراها التاجر:

$X \cdot y = 2040$

$y = 24 \Longrightarrow 24 \cdot X = 2040$

$X = \frac{2040}{24} = 85$

إذا اشترى التاجر 85 قميص بثمن 24 شيكل للقميص

ب.1

بحسب المعطيات وجد التاجر 17 قميصاً وباع كل واحد بربح بنسبة 10% أي باعها بـ 110% من المبلغ الذي اشترى به القمصان أي:-

$110\% \cdot 24 = 1.1 \cdot 24 = 26.4$

تكلفة الـ 17 قميص هي $15 \cdot 24 = 360$ شيكل

وبالتالي المبلغ الكلي الذي دفعه مقابل القمصان هو

$2040 + 360 = 2400$ شيكل

www.IQsmart.co.il

ب.2

التاجر باع الـ 17 قميصاً بمبلغ كلي $26.4 \cdot 15 = 396$

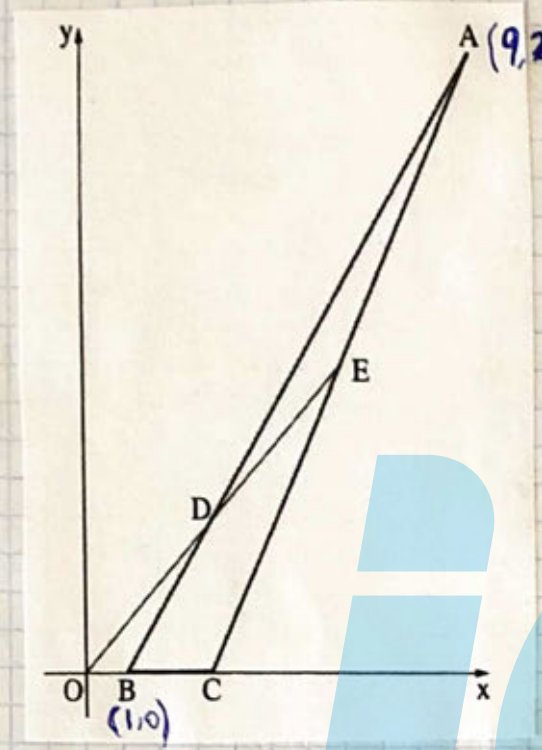
وبالمجموع باع القمصان بمبلغ كلي مقداره $2412 + 396 = 2808$

ومقابل القمصان دفع 2400 أي كان ربح:-

$2808 - 2400 = 408$ شيكل

وبالتالي نسبة الربح هي $\frac{408}{2400} = 0.17$ أي **17%**

حل سؤال 2



أ. الصورة العامة لمعادلة مستقيم هي: $y = mx + n$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{24-0}{9-1} = \frac{24}{8} = 3$$

نعوض بالصورة العامة $m=3$ و $B(1,0)$

$$0 = 3 \cdot 1 + n \Rightarrow \boxed{-3 = n}$$

معادلة AB: $y = 3x - 3$

ب. بحسب المعطيات $y = 2x$

D هي تقاطع المستقيمين

OE: $y = 2x$

AB: $y = 3x - 3$

نحل المعادلتين بمتغيرين $\Leftarrow 3x - 3 = 2x \Leftarrow 3x - 2x = 3$

$$\boxed{x = 3}$$

نجد y: $y = 2x$

$x = 3 \Rightarrow y = 2 \cdot 3 = 6$

$$\boxed{D: (3,6)}$$

(ب-1) بحسب المعطيات النقطة E هي منتصف AC و $(x_C, 0)$ هي من الصورة

و تقع على المحور x إذاً

نجد الإحداثي y للنقطة E

$$y_E = \frac{y_A + y_C}{2}$$

$$y_E = \frac{24+0}{2} = 12$$

(ب-2) بما أن E تقع على المستقيم $y = 2x$ إذاً $y = 12$ نعوض

ونجد $x_E \Leftarrow 12 = 2x_E \Leftarrow \boxed{6 = x_E} \Leftarrow E(6,12)$

www.IQsmart.co.il

1.5 بحسب البنود السابقة $C:(x_C,0)$ $D:(3,6)$ $E(6,12)$

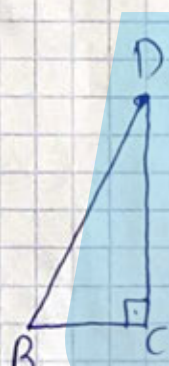
وبما أن E منتصف AC إذاً $A(9,24)$

$$x_E=\frac{x_C+x_A}{2} \Rightarrow 6=\frac{x_C+9}{2} \Rightarrow 12=x_C+9$$

$$\Rightarrow x_C=12-9=3 \Rightarrow \boxed{C:(3,0)}$$

إذاً وصلنا على أن الإحداثي X للنقطة D هو نفسه الإحداثي X للنقطة C وهو 3 لذلك معادلة المستقيم DC هي $\boxed{DC: X=3}$ وهذا المستقيم موازٍ للمحور y

2.5 محيط المثلث BCD = $BD+BC+DC$



$DC=6-0=6$

$BC=3-1=2$

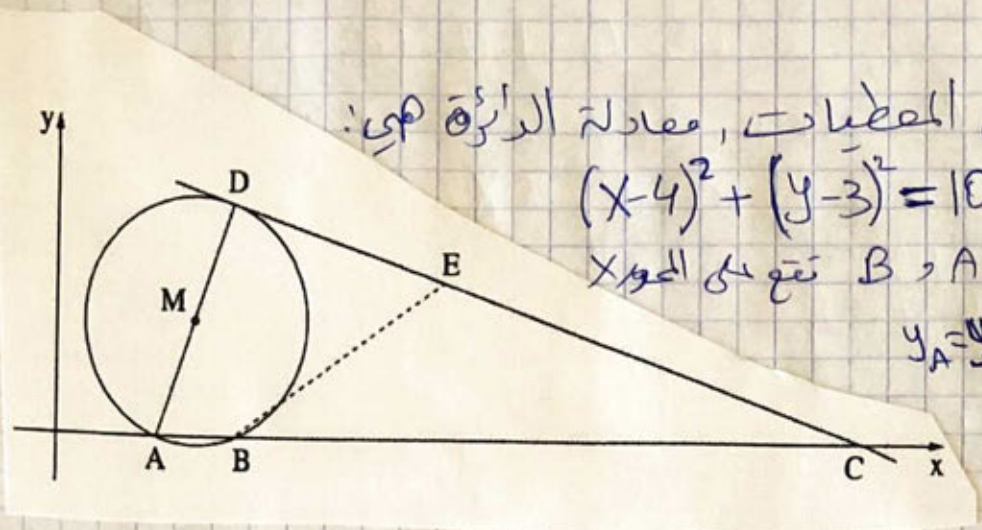
$$BD=\sqrt{(x_D-x_B)^2+(y_D-y_B)^2}$$

$$BD=\sqrt{(3-1)^2+(6-0)^2}=\sqrt{\underbrace{2^2}_{4}+\underbrace{6^2}_{36}}=\boxed{\sqrt{40}}_{6.324}$$

إذاً محيط $\Delta BCD = 6+2+6.324=14.324$

www.IQsmart.co.il

حل سؤال 3



أ- بحسب المعطيات، معادلة الدائرة هي:

$(x-4)^2+(y-3)^2=10$

النقاط A، B تقع على المحور x

أي $y_A=y_B=0$

نعوض:

$(x-4)^2+(0-3)^2=10$

$(x-4)^2+9=10 \Rightarrow (x-4)^2=1$

$\Rightarrow \sqrt{(x-4)^2}=\pm 1$

$x-4=1$ $\quad$ $x-4=-1$

$x=1+4=5$ $\quad$ $x=-1+4=3$

$\Downarrow$ $\quad$ $\Downarrow$

$B(5,0)$ $\quad$ $A(3,0)$

www.IQsmart.co.il

ب- من معادلة الدائرة $(x-4)^2+(y-3)^2=10$ نستنتج أن

$A(3,0)$ ، $M:(4,3)$ هو مركز الدائرة M

وبما أن M هي منتصف القطر AD أي

$x_M=\frac{x_A+x_D}{2}$ $\quad$ $y_M=\frac{y_A+y_D}{2}$

$4=\frac{3+x_D}{2}$ $\quad$ $3=\frac{0+y_D}{2}$

$8=3+x_D$ $\quad$ $6=y_D$

$5=x_D$

$\Rightarrow D:(5,6)$

ب. المماس CD يعامد القطر AD ولذلك ميل CD = $\frac{-1}{\text{ميل } AD}$

نجد ميل AD: A(3,0) D:(5,6)

ميل AD = $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6-0}{5-3} = \frac{6}{2} = 3$

إذاً ميل CD = $\frac{-1}{3}$

المعادلة العامة لمعادلة CD: $y = mx + n$ سنقسم

$m = -\frac{1}{3}$ ، D(5,6) نعوض ونجد n

$6 = -\frac{1}{3} \cdot 5 + n \Rightarrow 6 = -\frac{5}{3} + n \Rightarrow 6 = -1\frac{2}{3} + n$

$\Rightarrow 6 + 1\frac{2}{3} = n \Rightarrow \boxed{7\frac{2}{3} = n}$

إذاً معادلة المماس CD هي $\boxed{y = -\frac{1}{3}x + 7\frac{2}{3}}$

أ. 1. النقطة E تقع على المماس والإحداثي X لها 11 لذلك هي في الصورة $E:(11, y_E)$ نعوض $x = 11$ في معادلة المماس:

$y = -\frac{11}{3} \cdot 11 + 7\frac{2}{3} = -\frac{11}{3} + 7\frac{2}{3} = -3\frac{2}{3} + 7\frac{2}{3} = 4$

إذاً $\boxed{E:(11,4) \quad y_E = 4}$

2. ب. مساحة المثلث BEC = $\frac{h \cdot BC}{2}$

E(11,4)

h

B(5,0) C

h = 4 وهو الإحداثي y لـ E.

نجد إحداثيات C ونعلم أن C تقع على BC. النقطة C تقع على المحور X لذلك $C:(x,0)$ وكذلك تقع على المماس CD

نعوض في معادلة المماس: $CD: y = -\frac{1}{3}x + 7\frac{2}{3}$

$0 = -\frac{1}{3}x + 7\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{3}x = 7\frac{2}{3} \Rightarrow x = 23 \rightarrow C:(23,0)$

إذاً: $BC = 23 - 5 = 18$ ومساحة المثلث BEC = $\frac{4 \cdot 18}{2} = 36$

www.iQsmart.co.il

حل سؤال 4

$$f(x)=12\cdot\sqrt{x}-3x$$

(א) مجال تعريف الدالة $\boxed{x\geq 0}$

(ב) تقاطع مع y $\Leftarrow x=0$

$$f(0)=12\cdot\sqrt{0}-3\cdot 0=0 \Rightarrow \boxed{(0,0)}$$

(ג) النقاط القصوى $f'(x)=0$

$$f'(x)=12\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}-3=\frac{6}{\sqrt{x}}-3=0$$

$$\Rightarrow \frac{6}{\sqrt{x}}=3 \Rightarrow 6=3\cdot\sqrt{x} \Rightarrow \frac{6}{3}=\sqrt{x}$$

$$\Rightarrow 2=\sqrt{x} \xrightarrow{\text{تربيع الطرفين}} \boxed{4=x}$$

$f'(x)=\frac{6}{\sqrt{x}}-3$ هي نقطة قصوى $x=4$:لماذا؟

نصنف النقطة بواسطة الجدول:

x	0	$0<x<4$ $x=1$	$x=4$	$x>4$ $x=5$
$f'(x)$		$f(1)>0$ (+)	0	$f(5)<0$ (−)
$f(x)$	0	↗	max	↘

$f'(1)=\frac{6}{\sqrt{1}}-3=3>0$

$f'(5)=\frac{6}{\sqrt{5}}-3<0$

www.iQsmart.co.il

$$f(4)=12\cdot\sqrt{4}-3\cdot 4=12\cdot 2-12=12$$

إذًا النقطة $\boxed{(4,12)\ \text{max}}$

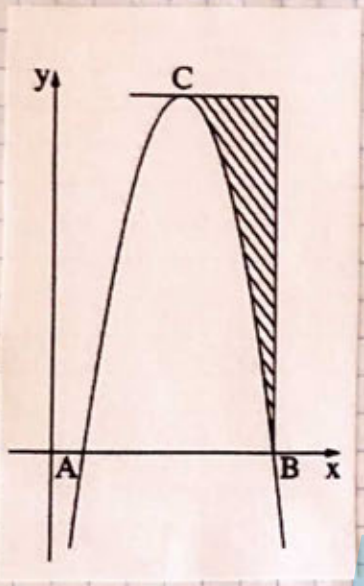
(ד) بحسب نتائج الجدول لتصنيف النقطة القصوى ومجال تعريف الدالة:

المجال التصاعدي: $\boxed{0\leq x<4}$

المجال التنازلي $\boxed{x>4}$

حل سؤال 5

$$f(x)=-2x^2+16x-14$$



(أ) التقاطع مع المحور x ← $y=0$

$$0=-2x^2+16x-14$$

وهذه معادلة تربيعية نحلها بحسب الصورة

$$a=-2 \quad b=16 \quad c=-14$$

$$x_{1/2}=\frac{-16\mp\sqrt{16^2-4\cdot(-2)(-14)}}{2\cdot(-2)}=\frac{-16\mp\sqrt{256-112}}{-4}$$

$$x_{1/2}=\frac{-16\mp\sqrt{144}}{-4}=\frac{-16\mp12}{-4}$$

$$x_1=\frac{-16+12}{-4}=\frac{-4}{-4}=1 \qquad x_2=\frac{-16-12}{-4}$$

$$\boxed{x_1=1} \qquad x_2=\frac{-28}{-4}=7 \quad \boxed{x_2=7}$$

$$\boxed{\text{إذا: } A(1,0) \quad B:(7,0)}$$

(ب) C هي رأس الدالة التربيعية:

$$x_C=\frac{-b}{2a}$$

$$x_C=\frac{-16}{2(-2)}=\frac{-16}{-4}=4 \qquad \boxed{x_C=4}$$

نعوض بالدالة ونجد y_C:

$$f(4)=-2(4)^2+16\cdot4-14=-2\cdot16+64-14=18$$

$$\boxed{C:(4,18)}$$

(ج) بحسب الرسم C هي النقطة القصوى للدالة وميل المماس فيها 0

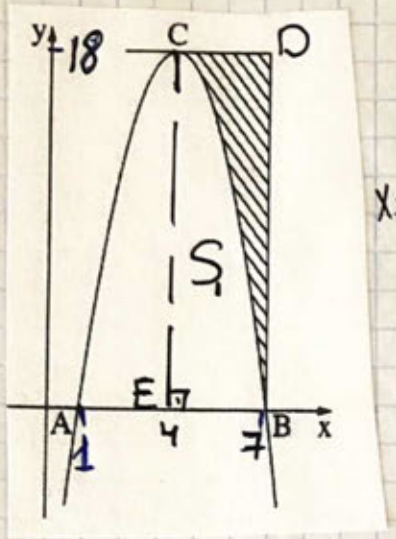
لذلك معادلة المماس هي $y=0x+n$ نعوض C ونجد n

$$18=0\cdot4+n \Rightarrow n=18 \Rightarrow \boxed{y=18}$$

معادلة المماس

www.IQsmart.co.il

ד. المساحة المحظية =



S_1 - مساحة المستطيل

S_1 - هي المساحة المحصورة بين الدالة والمحور X والمستقيمات X=4 و X=7

أي:

$$S_1 = \int_4^7 f(x)\,dx$$

$$S_1 = \int_4^7 -2x^2+16x-14\,dx$$

$$S_1 = \left[-2\cdot\frac{x^3}{3}+16\cdot\frac{x^2}{2}-14\cdot x\right]_4^7$$

$$S_1=\left[\frac{-2x^3}{3}+8x^2-14x\right]_4^7=\left[\left(-2\cdot\frac{7^3}{3}+8\cdot7^2-14\cdot7\right)-\left(-2\cdot\frac{4^3}{3}+8\cdot4^2-14\cdot4\right)\right]$$

$$S_1=\left(\frac{-228.666}{-2\cdot\frac{343}{3}}+\frac{392}{8\cdot49}-\frac{98}{14\cdot7}\right)-\left(-2\cdot\frac{64}{3}+8\cdot16-56\right)$$

$$S_1=\left(-228.666+392-98\right)-\left(-42\tfrac{2}{3}+128-56\right)$$

$$S_1=\left(-65\tfrac{1}{3}\right)-\left(29\tfrac{1}{3}\right)=36$$

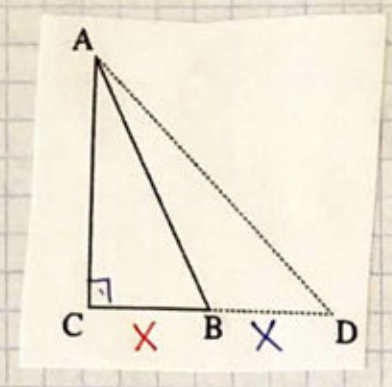
www.IQsmart.co.il

$$S_1=36$$

مساحة المستطيل $= \frac{BD}{18}\cdot\frac{EB}{\frac{7-4}{3}} = 54$

المساحة المطلوبة $= 54-36=18$

حل سؤال 6 :

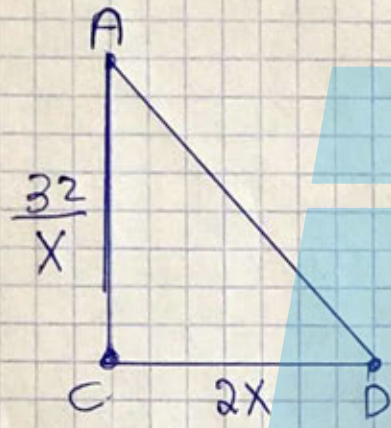


أ. بما أن مساحة المثلث ABC هي 16

اذاً: مساحة المثلث $= \frac{AC \cdot CB}{2} = 16$

$\Rightarrow 16 = \frac{AC \cdot X}{2} \Rightarrow 32 = AC \cdot X \Rightarrow \boxed{\frac{32}{X} = AC}$

ب. بحيث المعطيات $BD = X$ (اطوال الضلع CB بـ X)



واصبح في المثلث الجديد :-

$AC = \frac{32}{X} \quad CD = 2X$

والدالة التي تعبر عن مجموع الضلعين

هي $f(x) = \frac{32}{X} + 2X$

نجد $f'(x)$ ونفحص متى تعمل على اصغر قيمة لها

$f'(x) = 32 \cdot \left(\frac{-1}{X^2}\right) + 2 = \frac{-32}{X^2} + 2 \Rightarrow \boxed{f'(x) = \frac{-32}{X^2} + 2}$

$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{-32}{X^2} + 2 = 0 \Rightarrow 2 = \frac{32}{X^2} \Rightarrow 2X^2 = 32$

$\Rightarrow X^2 = \frac{32}{2} \Rightarrow X^2 = 16 \Rightarrow X = \pm\sqrt{16} \quad \pm 4 \Rightarrow \boxed{X = 4}$

بما أن X يعبر عن طول ضلع لذلك X^2 موجب ولا يمكن أن يكون سالب (-4)

نفحص ان النقطة $X=4$ هي مينيمم بواسطة جدول.

X	$0<X<4$ $X=1$	4	$X>4$ $X=5$
$f'(x)$	(−)	0	(+)
$f(x)$	↘	min	↗

$f'(1) = \frac{-32}{1^2} + 2 = -30 < 0$

$f'(5) = \frac{-32}{5^2} + 2 = \frac{-32}{25} + 2 = 0.72 > 0$

اذاً $\boxed{X=4}$ يعطينا اصغر مجموع اطوال للضلعين

www.iQsmart.co.il